

Enseigner la résolution de problèmes en cycle 2

ENRICHIR LES APPROCHES DIDACTIQUES ET PÉDAGOGIQUES EN RÉOLUTION DE PROBLÈMES

CONSTRUIRE UNE CULTURE COMMUNE

QUESTIONNER SES GESTES PROFESSIONNELS

MUTUALISER SES PRATIQUES

Plan de formation

2

Présentiel 1

Animé par les inspecteurs du regroupement 8

Loétitia DUPONT

Ninetta VALMORIN

Emmanuel SIMONET

Transmission des éléments du prescrit

Animation pédagogique du

Mercredi

27 novembre 2019

Accompagnement par l'équipe de
circonscription (CPC)

Observation – Echange – suivi – Conseils

Dégager des besoins de formation

Période 3

Présentiel 2

Retour de Pratique sous forme d'ateliers

Répondre aux besoins identifiés

Périodes 4 et 5

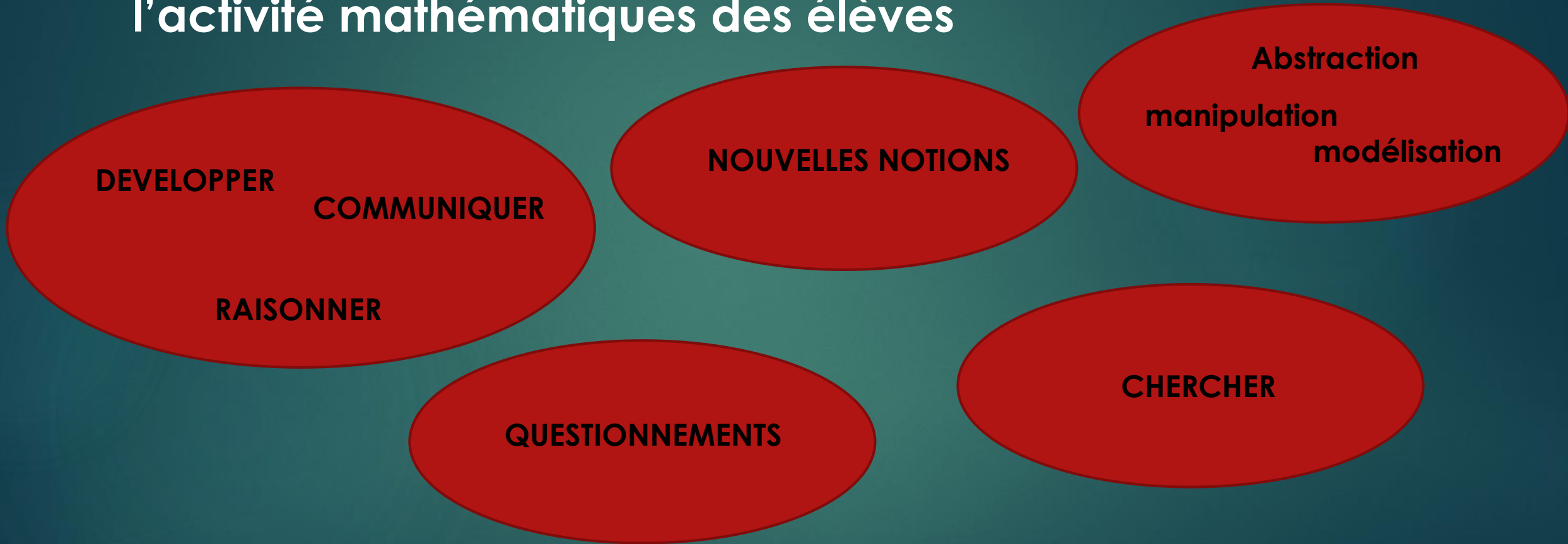
Plan du présentiel 1

- 1 - Ce que disent les programmes
- 2 - Résolution de problèmes:
 - conceptions des élèves/ enseignants
 - Les étapes de l'apprentissages des mathématiques
- 3 - L'enseignement de la résolution de problèmes:
 - 3.1 Construire un enseignement structuré et explicite
 - 3.2 Quels problèmes, les facteurs à prendre en compte
 - 3.3 Construire des références
- 4 – Ressources pour une mise en œuvre dans les classes

1 - Ce que disent les programmes ?

4

La **résolution de problèmes** est au centre de l'activité mathématiques des élèves

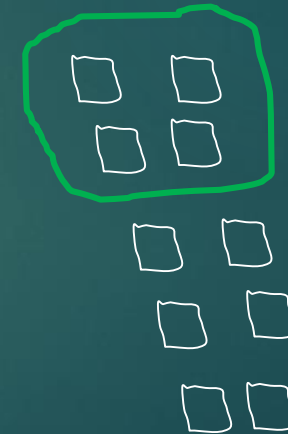
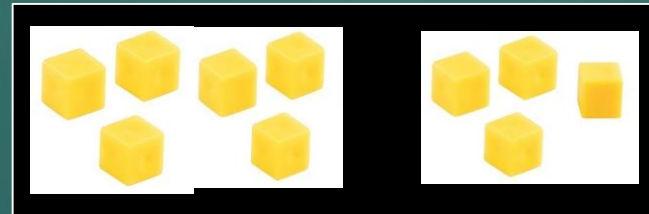


La **résolution de problèmes** est centrale dans les programmes

Manipuler et représenter

Dans la trousse de Jules, il y a 10 feutres.
4 feutres ne fonctionnent plus.
Combien de feutres fonctionnent encore ?

Evaluation CP - 2018



2 - Résolution de problèmes:

LA CONCEPTION DES ÉLÈVES

6

Un problème se conçoit qu'au travers d'opérations, de calculs.

C'est un exercice normé et l'enseignant attend une trame pré-définie (exemple: la réponse est rédigée).

La difficulté est de trouver LA bonne opération.

Les conceptions des enseignants

**Problèmes
d'application**

**Peu de
problèmes
ouverts**

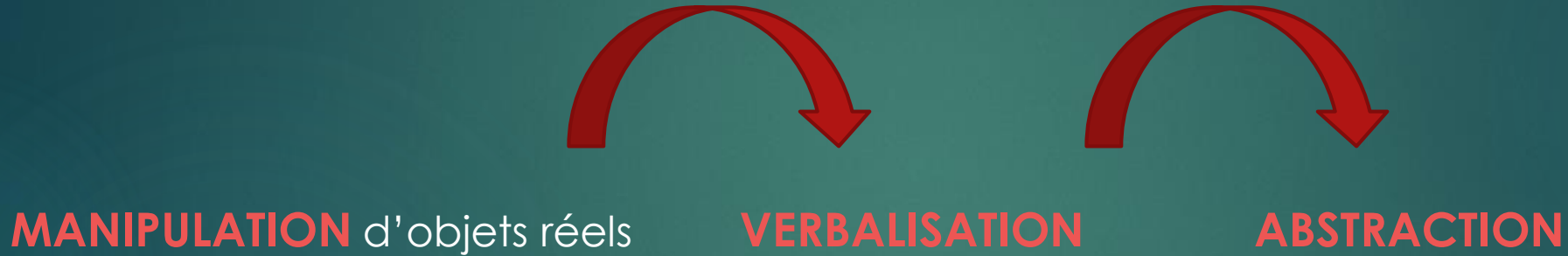
**Résolution de
manière
experte**

**Simplification
du problème
pour réussite**

**Activités
décrochées**

**Questions
parfois induites,
fermées, une
seule réponse**

Les étapes de l'apprentissage mathématiques en référence avec les priorités du plan Torossian Villani.



3. L'enseignement de la résolution de problèmes

3. 1 construire un enseignement structuré et explicite qui repose sur:

- le long terme dans les apprentissages,
- une progressivité dans le choix des problèmes proposés.

L'attitude de l'élève face aux problèmes

Résoudre un problème nécessite un engagement et une prise de risque.

Cette prise de risque ne sera possible que si les élèves sont habitués

- ▶ à attendre que l'enseignant donne la solution ou que la classe l'élabore collectivement
- ▶ à croire que tout problème se résout par une opération ou une suite d'opérations
- ▶ à penser que tout problème n'a qu'une solution effective
- ▶ à croire qu'il n'y a qu'une seule manière de trouver
- ▶ à accepter un argument d'autorité

L'attitude de l'élève face aux problèmes

Face à un énoncé,

- ▶ L'élève qui a l'intuition de la structure mathématique sous-jacente saura réorganiser les informations pour les opérationnaliser
- ▶ Sans cette aptitude, l'élève reste démuni et se perd dans les éléments de contexte, ce d'autant plus qu'il n'en perçoit pas le sens, ne parvient pas à se le figurer. Ces mêmes éléments de contexte peuvent être un obstacle supplémentaire dès lors qu'ils entretiennent le flou sur la situation et empêchent l'élève de transposer la situation donnée en structure mathématique

L'attitude de l'élève face aux problèmes

Du point de vue de l'élève, il y a deux types de problèmes :

- ▶ Ceux qu'ils reconnaissent et savent traiter rapidement
- ▶ Ceux qui les bloquent, les amènent à prendre des risques

Pour augmenter le répertoire de ceux du premier type, il faut se confronter à ceux du second type et construire des analogies avec ce que l'on connaît déjà, savoir les réunir dans des catégories le plus large possible.

➔ Proposer un enseignement structuré, progressif qui permettra de construire des références.

3.2 Quels problèmes ? Les facteurs à prendre en compte

- ▶ Nécessité d'inférer
- ▶ Rôle du contexte
- ▶ Rôle de la présentation : orale, écrite, illustrée
- ▶ L'accès aux informations utiles à la résolution
- ▶ Connaissances mathématiques
- ▶ Connaissances du monde
- ▶ Implicite

- ▶ L'un des facteurs à prendre en compte pour construire une progression a trait aux aspects sémantiques sous-jacents cela concerne:
 - ▶ les connaissances conceptuelles relatives aux accroissements, diminutions, combinaisons et comparaisons d'ensembles d'éléments
 - ▶ pour **G Vergnaud**, les problèmes additifs se résument à 6 classes de problèmes:
 1. composition de 2 états ou composition de mesure. EX: problème 1;
 2. transformation d'état ou transformation de mesure. EX: problème 2;
 3. une relation relie deux états, comparaison de mesures. Ex: Cathy a 15 ans de moins que son frère. Elle fête ses 34 ans cette année. Quel âge a son frère?
 4. composition de transformations. Ex: A la récréation, j'ai d'abord gagné 13 billes, puis perdu 7. Combien en ai-je finalement gagné?
 5. une transformation opère sur un état relatif (une relation) pour donner un état relatif. Ex: Paul devait 6 billes à Henri. Il lui en rend 4. Combien lui en doit-il encore ?
 6. deux états relatifs se composent pour donner un état relatif. Ex : Paul doit 6 billes à Henri, mais Henri lui en doit 4. Combien Paul doit-il de billes à Henri?

La classification de VERGNAUD prouve que

▶ La nature de l'inconnue entraîne plus ou moins de difficultés

- ▶ La recherche de l'état final pose moins de difficultés dès l'école maternelle.
- ▶ Trouver l'état initial constitue un réel obstacle :

exemple : Lucie a gagné 6 billes à la récréation. Maintenant elle a 43 billes.
Combien de billes avait-elle avant la récréation ?

▶ Il faut distinguer entre « état » et « transformation »

- ▶ Les problèmes portant sur des transformations sont d'un niveau supérieur de difficulté à ceux mettant en jeu des états.
- ▶ Dans les problèmes de comparaison, la compréhension de la situation constitue l'obstacle.

Une progression qui tient compte de ces aspects didactiques

- ▶ Pour **G. Vergnaud** « l'acquisition des structures additives s'étend sur une période du développement de l'enfant et de l'adolescent supérieure à dix années... ».
- ▶ Les recommandations du ministère:
 - ▶ commencer par des problèmes additifs élémentaires en une étape.
 - ▶ proposer des problèmes plus complexes (multiplicatifs élémentaires).
 - ▶ augmenter progressivement le nombre d'étapes des problèmes proposés.

Points de vigilance

- ▶ La programmation réfléchie tient compte:
 - ▶ des différents niveaux de difficulté ,
 - ▶ de l'impératif de ne pas laisser s'installer une vision réductrice du sens des opérations. La soustraction, par exemple, ne doit pas être assimilée à la seule situation de retrait.
- ▶ Une nécessaire réflexion sur:
 - ▶ une organisation des concepts,
 - ▶ sur les procédures qui permettront de les mettre en œuvre,
 - ▶ sur les désignations verbales ou symboliques qui serviront à les évoquer,
 - ▶ sur les difficultés souvent rencontrées, les erreurs les plus significatives et sur leurs origines possibles,
 - ▶ Sur les problèmes qui donneront sens aux concepts.

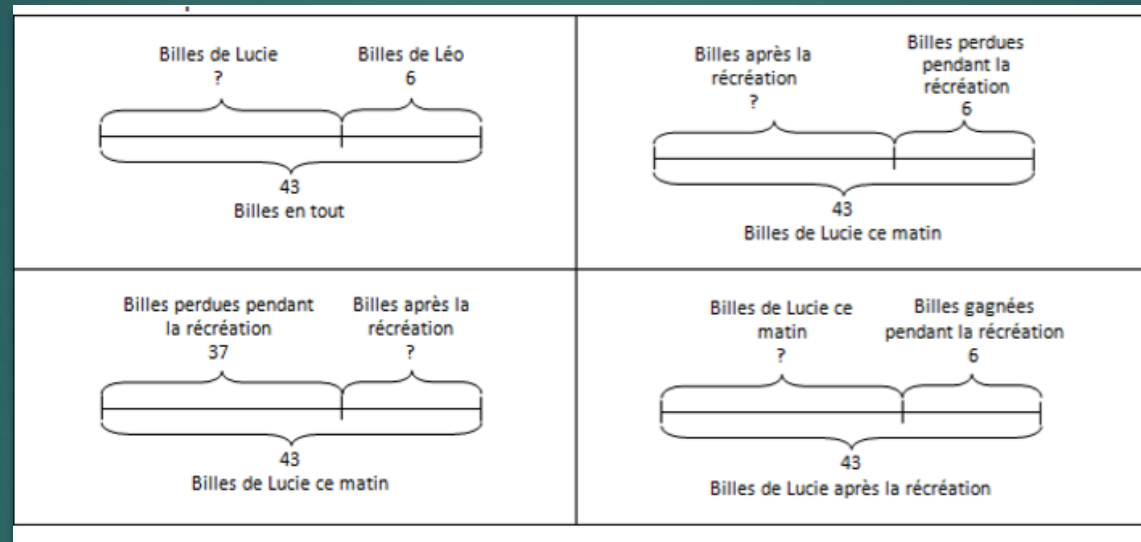
3.3 Construire des références

- ▶ L'apprentissage de la résolution de problème repose sur:
 - ▶ un enseignement explicite de la résolution de problèmes
 - ▶ des temps spécifiques qui structurent les savoirs et compétences travaillés
 - ▶ l'organisation des connaissances en mémoire:
 - ▶ la mémoire des problèmes déjà rencontrés aide à représenter un problème nouveau,
 - ▶ doter progressivement les élèves d'une bibliothèque de « cas » à la manière des joueurs d'échec.,
 - ▶ la catégorisation des problèmes.

Favoriser la mémorisation et la catégorisation

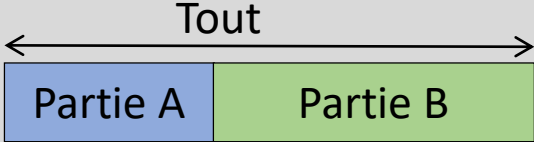
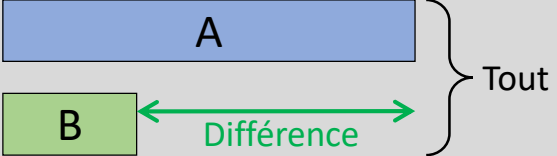
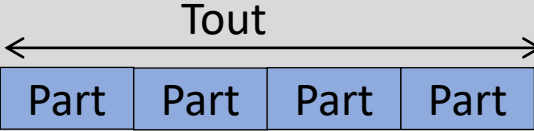
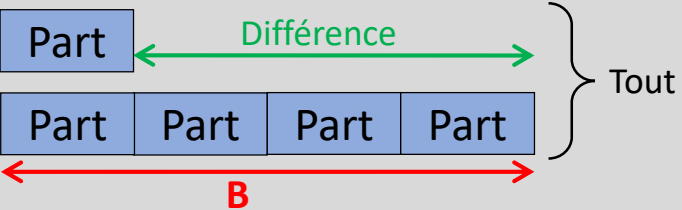
- ▶ Les références sont construites avec les élèves et notées dans les cahiers:
 - ▶ des résolutions de problèmes types,
 - ▶ des schémas.
- ▶ « Ces références **seront communes à l'école**, voire au réseau d'écoles, pour permettre de les utiliser pendant plusieurs années. »
- ▶ Ces exemples vont acquérir le statut d'exemples privilégiés, de prototypes, au sein de la mémoire sémantique.

- Le schéma met l'accent sur la structure du problème et met de côté ce qui est anecdotique.



Le modèle en barres

Le modèle en barres

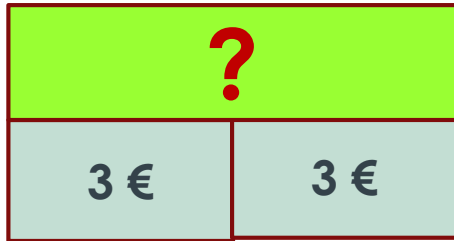
Schéma...	... représentant le tout et les parties...	...de comparaison...
<p>...pour l'addition et la soustraction</p>	<p>Partie-Partie-Tout</p>  <p>Tout = Partie A + Partie B Partie B = Tout – Partie A</p>	<p>Partie-Partie-Tout et Comparaison</p>  <p>Différence = A – B A = Différence + B Tout = A + B</p>
<p>...pour la multiplication et la division</p>	<p>Parts égales d'un tout</p>  <p>Tout = Nombre de parts × Part Part = Tout ÷ Nombre de parts Nombre de parts = Tout ÷ Part</p>	<p>Parts égales d'un tout et comparaison</p>  <p>B = Nombre de parts dans B × Part Différence = B – Part Tout = (1 + Nombres de parts dans B) × Part</p>

Correction-Institutionnalisation => trace écrite cahier de l'élève

1.

Un paquet d'images coûte 3 euros. L'album coûte deux fois plus cher qu'un paquet d'images. Leïla achète l'album et un paquet d'images. Combien doit-elle payer ?

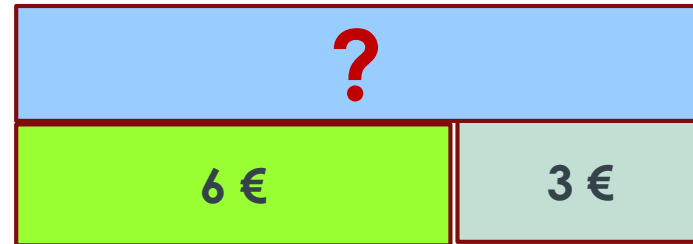
1er étape : l'album



$$3 + 3 = 6 \text{ €}$$

L'album coûte 6 €

2ème étape : l'album et le paquet



$$6 + 3 = 9 \text{ €}$$

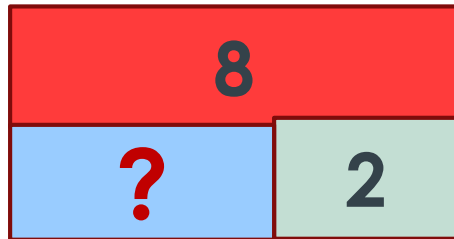
Leïla doit payer 9 €

Correction-Institutionnalisation => trace écrite cahier de l'élève

2.

Dans un bocal il y a 8 jetons rouges et des jetons bleus. Il y a 2 jetons bleus de moins que de jetons rouges.
Combien y a-t-il de jetons dans le bocal ?

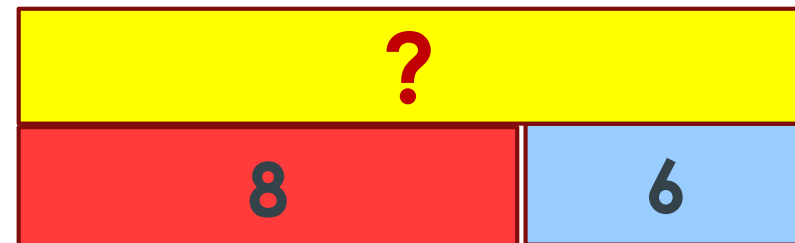
1er étape : jetons bleus



$2 + 6 = 8$ jetons
C'est pareil que
 $8 - 2 = 6$ jetons
Il y a 6 jetons bleus

Je sais qu'il y a plus de jetons rouges que de jetons bleus. Donc je les place en haut.

2ème étape : tous les jetons du bocal



$8 + 6 = 14$ jetons
Il y a 14 jetons dans le bocal.

D'autres types de représentations peuvent aider les élèves à la modélisation des problèmes:

- ▶ Dessins
- ▶ Diagrammes ensemblistes plus ou moins abstraits
- ▶ Graphiques
- ▶ Tableaux
- ▶ Files numériques
- ▶ Points placés sur une droite

4. Ressources

- [Note de service n°2018-052 du 25 avril 2018 relative à la résolution de problèmes à l'école élémentaire.](#)

- [21 mesures pour l'enseignement des mathématiques – Rapport Villani/Torossian \(février 2018\).](#)

Dont les étapes de l'apprentissage des mathématiques qui vont de la manipulation/expérimentation à la verbalisation jusqu'à l'abstraction.

- [Catégorisation des problèmes en mathématiques, enjeu langagier majeur \(Ifé – Institut français de l'éducation – site consulté en janvier 2019\)](#)